BACCALAUREAT BLANC **Coefficient : 4**
SESSION DE FEVRIER 2016 **Durée : 4 H 00**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Série D

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3. Le candidat aura besoin d'une feuille de papier millimétré. Toute calculatrice scientifique est autorisée

EXERCICE 1

Les questions 1 , 2 et 3 sont indépendantes

1) On donne le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = -x^3 + 2x^2 + x - 2$
   a) Calculer $P(2)$ puis écrire $P(x)$ sous forme de produit de polynômes du 1er degré
   b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation
   $(I_1) :\ -\ln^3(x-1) + 2\ln^2(x-1) \geq 2 - \ln(x-1)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : (I_2) : $\frac{(x-1)(3-\ln x)}{1+\ln x} \geq 0$

3-a) Déterminer les réels a, b et c tels que : $\forall\, t \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$; $\frac{t^2-1}{2t-1} = at + b + \frac{c}{2t-1}$

b) En déduire la primitive sur $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$ de la fonction $f : t \longmapsto \frac{t^2-1}{2t-1}$, qui s'annule en -3

EXERCICE 2

Pendant les fêtes de fin d'année 2015, une compagnie de téléphonie mobile a mis en vente deux types d'appareils :

- Des téléphones Androïd à écran tactile
- Des tablettes.

Elle propose à cet effet, deux types d'abonnement :

- Un abonnement de type prépayé
- Un abonnement de type post-payé.

Le service marketing effectue une enquête sur un échantillon de 3000 clients ayant acheté dans cette compagnie, pendant les fêtes de fin d'année 2015, un appareil et un seul de l'un des deux types vendus et ayant opté pour un seul type des abonnements proposés.

Sur les 3000 clients interrogés :

- 1800 ont acheté un téléphone portable à écran tactile
- 1440 ont choisi l'abonnement prépayé.

Un client est pris au hasard dans l'échantillon. On note les événements :

T_1 : « Le client achète le téléphone à écran tactile » et T_2 : « Le client achète la tablette »

A_1 : « Le client choisi l'abonnement prépayé » et A_2 : « Le client choisi l'abonnement post-payé »

Les résultats seront donnés sous forme d'arrondi d'ordre 3.

Partie A

1- Déterminer $P(T_1)$ et $P(A_1)$.

2- Parmi les clients ayant acheté le portable à écran tactile, 32% prennent l'abonnement prépayé.

a) Traduire cette donnée en terme de probabilité.

b) En déduire la probabilité d'acquérir le téléphone à écran tactile et d'opter pour l'abonnement prépayé.

c) Justifier que la probabilité de choisir la tablette et l'abonnement prépayé est 0,288.

Partie B

Le prix de vente en franc d'un téléphone à écran tactile est fixé à 45 000 et le prix de la tablette 60 000 F. On estime qu'un client en mode prépayé a une consommation de 4000 F par mois et client en mode post-payé paie 10 000 F par mois.

On considère le coût total X occasionné sur un an par l'achat d'un appareil et l'abonnement choisi pour un client pris au hasard dans l'échantillon.

1- Justifier que les valeurs prises par X sont : 93 000 ; 108 000 ; 165 000 et 180 000.

2- a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de ce coût total en expliquant la démarche.

x_i	93 000	108 000	165 000	180 000
$P(X = x_i)$		0,288		

b) Calculer l'espérance mathématiques $E(X)$ de X , puis l'interpréter

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction de IR vers IR définie par $g(x) = (x+2)^2 + \ln(x+2)$

1) a) Déterminer l'ensemble de définition D_g de g.

b) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ >}} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

2) a) Déterminer $g'(x)$ pour tout x de $]-2; +\infty[$

b) Prouver que la fonction g est strictement croissante sur $]-2; +\infty[$ et dresser son tableau de variation

2) a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]-2;+\infty[$ et justifier que $-1,4 < \alpha < -1,3$

b) En déduire que $\begin{cases} g(x) < 0 & si\ -2 < x < \alpha \\ g(x) \geq 0 & si\ x \geq \alpha \end{cases}$

PARTIE B

On considère la fonction f définie sur $]-2;+\infty[$ par $f(x) = -x - 1 + \frac{1+\ln(x+2)}{x+2}$

et (C_f) désigne sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2cm.

1) a) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ >}} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultât

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) a) Justifier que pour tout x de $]-2;+\infty[$, on a $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x+2)^2}$

b) Déterminer le signe de $f'(x)$ puis le sens de variation de f

c) Prouver que $f(\alpha) = -2\alpha - 3 + \frac{1}{\alpha+2}$ et dresser le tableau de variation de f

3) a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x - 1$ est une asymptote oblique à (C_f) en $+\infty$

b) Etudier la position relative de la courbe (C_f) par rapport à la droite (D)

3) Tracer avec soin la droite (D) et la courbe (C_f).

PARTIE C

Soit h la restriction de f à l'intervalle $[\alpha;+\infty[$

1) a) Justifier que h admet une bijection réciproque h^{-1} dont on précisera l'ensemble de définition.

b) Calculer $h(-1)$ puis justifier que h^{-1} est dérivable en 1.

2) Soit H est la primitive sur $[\alpha;+\infty[$ de h qui prend la valeur 2 en -1.

a) Vérifier que h s'annule en une seule valeur β puis donner le signe de $h(x)$ selon les valeurs de x de $[\alpha;+\infty[$

b) En déduire le sens de variation de H.

c) Déterminer la formule explicite de H.